Ejercicios Propuestos del Tema 9

1. Encuentre la transformada de Fourier de cada una de las siguientes señales, utilizando la definición y propiedades de la transformada de Fourier.

(a) $x(t) = \operatorname{sgn}(t)$.

(b) $x(t) = \operatorname{sen}(\omega_0 t)$.

(c) $x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} p_{1/2}\left(\frac{t-0.1m}{0.02}\right)$.

(d) $x(t) = (1 + kr_{1/2}(t))\cos(10t)$, con $k > 0$.

(e) $x(t) = \delta(t+t_0) + \delta(t-t_0)$.

2. Dado que $x(t)$ tiene transformada de Fourier $X(\omega)$, halle las transformadas de Fourier de las siguientes señales:

(a) $x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t)$;

(b) $x_2(t) = x(3t-6)$;

(c) $x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t-1)$.

3. Determine la transformada de Fourier de la siguiente señal:

$$x(t) = t\left(\frac{\operatorname{sen} t}{\pi t}\right)^2.$$

4. Dado que

$$\mathcal{F}\left\{e^{-|t|}\right\} = \frac{2}{1+\omega^2},$$

(a) encuentre la transformada de Fourier de $te^{-|t|}$;

(b) use el resultado de la parte (a), junto con la propiedad de dualidad, para determinar la transformada de Fourier de

$$x(t) = \frac{4t}{(1+t^2)}.$$

5. Encuentre la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = (u(t) - u(t-1))(1-t) + (u(-t) - u(-t-1))(t+1).$$

6. Calcule por definición las transformadas inversas de Fourier de:

(a) $X_1(\omega) = 2\pi\delta(\omega) + \pi\delta(\omega-4)$.

(b) $X_2(\omega) = \begin{cases} -2, & -2 < \omega < 0 \\ 2, & 0 \le \omega < 2 \\ 0 & |\omega| > 2. \end{cases}$.

7. Encuentre la transformada inversa de Fourier de las siguientes funciones.

(a) $X(\omega) = r_{1/2}(100\omega)$.

(b) $X(\omega) = \delta(\omega) + 2p_{1/2}(4\omega)$.

(c) $X(\omega) = p_{1/2}\left(\frac{\omega}{\beta}\right) e^{-j\omega t_0}$.

(d) $X(\omega) = -j\mathrm{sgn}\,(\omega)$.

(e) $X(\omega) = \delta(\omega+5) + \delta(\omega-5) + r_{1/2}(\omega+5) + r_{1/2}(\omega-5)$.

8. Demuestre que

$$\mathcal{F}\left\{r_{1/2}\left(\frac{t-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\varepsilon}t\right)\right\} = \mathcal{F}\left\{r_{1/2}\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\cos\left(\frac{\pi}{\varepsilon}t\right)\right\} e^{-j\frac{\pi}{\varepsilon}}.$$